

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Askisiologio.gr – Βάση μαθηματικού υλικού



ΘΕΜΑ Α

A1. ΘΕΩΡΙΑ (σελ. 152)

A2. ΘΕΩΡΙΑ (σελ. 142)

A3. Η σχετική συχνότητα f_i μιας παρατήρησης x_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων x_i στο σύνολο του δείγματος.

A4. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Έχουμε ότι $P(M) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Rightarrow N(\Omega) = 4N(M)$

όμως ισχύει ότι

$$64 < N(\Omega) < 72 \Rightarrow 64 < 4N(M) < 72 \Rightarrow 16 < N(M) < 18$$

και αφού $N(M)$ είναι ακέραιος θα πρέπει $N(M) = 17$.

Επομένως είναι $\frac{17}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Rightarrow N(\Omega) = 68$

B2. Τα ενδεχόμενα M , A και K είναι ανά δύο ασυμβίβαστα. Άρα ισχύει ότι:

$$P(M) + P(A) + P(K) = 1$$

Επομένως

$$\frac{1}{4} + 4\lambda^2 - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Rightarrow 4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$\lambda = 1 \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{1}{4}$$

η τιμή $\lambda = 1$ απορρίπτεται γιατί τότε $P(A) = 4$ (αδύνατο)

Άρα $\lambda = \frac{1}{4}$.

B3. Έχουμε ότι:

$$P(M) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{N(M)}{68} = \frac{1}{4} \Rightarrow N(M) = 17$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Rightarrow N(A) = 17$$

$$P(K) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{1}{2} \Rightarrow N(K) = 34$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έχουμε ότι:

$$\begin{array}{cccccc} x_1 = 10 & x_2 = 12 & x_3 = 14 & x_4 = 16 & x_5 = 18 \\ f_1 = 0,10 & f_2 = 0,20 & f_3 = y_{\Delta} 0,01 & f_4 = y_E 0,01 & f_5 = 0,10 \end{array}$$

Τότε

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^5 x_i f_i \Rightarrow 5,2 + 0,14y_{\Delta} + 0,16y_E = 14,2 \Rightarrow 0,14y_{\Delta} + 0,16y_E = 9 \quad (1)$$

Όμως αφού τα ΔE είναι παράλληλο του $x'x$ τα σημεία Δ και E έχουν ίδια τεταγμένη.

Άρα $y_{\Delta} = y_E$ (2)

Οπότε από τις (1) και (2) προκύπτει ότι

$$y_{\Delta} = y_E = 30$$

Γ2.

Κατασκευή πολυγώνου $f_i\%$

Γ3.

ΚΛΑΣΕΙΣ	x_i	f_i	$f_i\%$
9 – 11	10	0,10	10
11 – 13	12	0,20	20
13 – 15	14	0,30	30
15 – 17	16	0,30	30
17 – 19	18	0,10	10
ΣΥΝΟΛΟ:		1,00	100

Γ4. $f_4\% + f_5\% = 40\%$

Γ5. Αφού το εμβαδό που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα ισούται με 80, θα είναι $v=80$.

Άρα υπάρχουν $\frac{40}{100} 80 = 32$ πωλητές

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Βρίσκουμε την παράγωγο της f

$$f'(x) = e^{\frac{1}{3}(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} (x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15})$$

Μηδενίζοντας την παράγωγο βρίσκουμε:

$$x_1 = \frac{2}{5} \quad \text{ή} \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

και κατασκευάζοντας τον πίνακα μονοτονίας της f βρίσκουμε ότι η f είναι:

Γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, \frac{1}{3})$

Γνησίως φθίνουσα στο $(\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$

Γνησίως αύξουσα στο $(\frac{2}{5}, +\infty)$

Δ2. Αφού είναι $A \subseteq B$ θα είναι $P(A) \leq P(B)$ οπότε έχουμε

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad \text{και} \quad P(B) = \frac{2}{5}$$

οπότε

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

Δ3.

α. Έχουμε

$$f(x) = g(x)$$

οπότε λύνοντας την εξίσωση προκύπτει:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 3$$

β. Χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$v_i = 2x_i + 1$$

βρίσκουμε τις συχνότητες

$$v_1 = 1 \quad v_2 = 5 \quad v_3 = 7$$

οπότε η μέση τιμή θα είναι

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^3 x_i v_i}{13} = \frac{31}{13}$$

